

Diseño Óptimo de un Sistema de Reparto a Domicilio con Ventanas de Tiempo Inmediatas Mediante Modelación Continua

Juan Carlos Muñoz Abogabir.
Pontificia Universidad Católica de Chile.

Roberto Pulido Subercaseaux.
Pontificia Universidad Católica de Chile.

RESUMEN

Considere una empresa que reparte productos a domicilio con una cierta área de influencia y con una cierta función de densidad de pedidos distribuidos dentro del área de influencia de la empresa. Además la empresa promete llegar a los clientes dentro de una ventana de tiempo. El presente informe busca diseñar un sistema logístico a partir de la aproximación continua. Para esto se desarrolló una expresión que incluye los principales costos logísticos y que dependerá de cuatro variables, todas las cuales determinarán el diseño del sistema logístico. Estas variables son; la densidad de bodegas, el número de pedidos consolidados por ruta, el tiempo de consolidación de pedidos y las áreas de ruteo. Los costos que se incluirán dentro de la expresión de costos logísticos y que dependen de las variables anteriormente mencionadas son; el costo de arriendo, el costo de transporte, el costo de inventario y el costo de la mano de obra necesaria para despachar los productos a los clientes.

Palabras claves: Localización, Bodegas, Aproximación continua.

ABSTRACT

Consider some company that distributes products to home with some influence area and with a certain density demand function distribute in some influence zone. The company promises to arrive at the clients within a time window. The present report looks for to logistic design system from continuous approximation. For this, we elaborate one expression that includes the main logistics costs and that depend on four variables, all which determinate the logistic design of the system. These variables are; the density of terminals (and it locations), the number of orders consolidated by route, the time of consolidation, and the route areas. The logistic costs includes in the expression, that's depended on the variables previously mentioned are; the rent cost, the transportation cost, the cost of inventory and the cost of the labor hand necessary to dispatch products to the clients.

Keywords: Location, Terminal, Continuum approximation.

I. INTRODUCCIÓN

Supongamos una empresa que reparte productos a domicilio los que son realizados vía telefónica o vía Internet. La empresa ofrece distintos tiempos de llegada al cliente desde el momento que éste realiza el pedido. Los pedidos llegan a una bodega, donde son recibidos armados y consolidados en rutas que luego deben ser despachadas de manera de cumplir con el nivel de servicio elegido por el cliente. Cada bodega posee un área de influencia que debe abastecer.

Lo que se busca determinar es el diseño logístico óptimo en distintos sectores de la región a servir. El diseño logístico va a estar determinado por cuatro variables principales: La densidad de bodegas, el tiempo de consolidación (tiempo en que se consolidan pedidos en una ruta desde que llega el primero hasta que sale el repartidor), número de pedidos consolidados por ruta y las áreas de reparto. Para modelar el sistema se determinará una expresión que represente cada uno de los costos logísticos que se vean afectados por cada una de las variables anteriormente mencionadas. La solución óptima evidentemente dependerá también de la demanda, como también de varios otros parámetros que definen los costos de la empresa. También se asumirá que las condiciones locales presentes en un punto x no varían significativamente en la región a evaluar, así se podrá obtener los costos de servir cada punto de la región y , al integrar en toda el área, los costos totales percibidos por la empresa.

Los costos logísticos presentes en este tipo de empresa se pueden dividir en:

- Costos de arriendo de bodega, necesaria para almacenar los productos y como centro de despacho.
- Los costos de transporte que están determinados por recorrer cada una de las rutas que deben permitir llevar cada pedido desde la bodega a su destino, también, relacionado con lo anterior;
- El costo de la mano de obra necesaria para poder llevar los pedidos desde la bodega hacia los clientes.
- El costo de inventario, dado por el costo de oportunidad de los productos almacenados en bodega.

Los costos de arriendo dependen directamente de la densidad de bodega, esto por que, a mayor número de bodegas por unidad de superficie mayor será el costo de arriendo. Los costos de arriendo estarán dados por los precios de mercado en cada localidad. Además se debe incluir en este ámbito los costos incurridos en la mano de obra necesaria para operar una bodega y los costos de operación de esta misma. Para que la bodega opere se requiere recibir pedidos y crear rutas, armar los pedidos y recibir los pagos por pedidos, esto sin contar otras funciones administrativas. Si se supone que la empresa no sólo reparte a domicilio sino que también permite que sus clientes retiren sus pedidos en la bodega de manera que estos se ahorren los costos de despacho entonces la presencia de una bodega afectará la

demanda que esta capta de su región de influencia. Este efecto será incorporado en la modelación como un ingreso extra a la empresa, ingreso que se considerará como un ahorro en los costos de arriendo.

Una vez recibidos los pedidos es necesario consolidar en rutas para luego despacharlos. Para modelar el costo de los despachos se comenzará por establecer los tamaños de las áreas de ruteos sobre las cuales se circunscribirán las distintas rutas que deberán realizar los repartidores y el número de pedidos que cada uno de éstos llevará. El costo de transporte excluyendo el costo del repartidor dependerá directamente de la distancia de cada ruta, la que puede dividirse en dos tramos. En primer lugar la distancia troncal que es la distancia que se recorre (ida y vuelta) entre la bodega y el centro de gravedad de cada área de despacho. Esta distancia dependerá de la densidad de bodegas, ya que, a menor densidad de bodegas, mayor es el área de influencia por bodega por lo que mayor será la distancia que se debe recorrer. En segundo lugar la distancia de ruteo local, que es el largo de la ruta desde el primer al último cliente. Esta distancia dependerá del número de pedidos consolidados por ruta, por tanto del área de reparto. Esta área debe ser de un tamaño tal que permita cumplir con las restricciones de tiempo, es decir que permita servir a todos los clientes en el tiempo prometido por la empresa.

Los costos de los repartidores serán estimados en función del total de mano de obra necesaria para poder entregar los pedidos en los tiempos prometidos por la empresa. Para esto será necesario estimar el tiempo esperado de ruteo según el número de pedidos consolidados por ruta de manera de poder determinar el total de repartidores necesarios según el nivel de demanda. Se asumirá que la empresa tendrá una política de pago que incentive a sus repartidores a cumplir con los tiempos de ruteo esperados.

Finalmente están los costos de inventarios, que serán divididos en dos. En primer lugar un costo de inventario fijo que no depende del número de bodegas y un costo de inventario variable que si depende del número de bodegas del sistema. Ambos serán determinados a partir del costo de oportunidad de los productos y dependiendo del tipo de producto se considerará como un costo de inventario fijo o variable. El costo fijo sólo tendrá repercusión en la magnitud de los costos totales pero no incidirá en el número óptimo de bodegas del sistema, a diferencia del costo variable de inventario el cual sí afecta a la densidad óptima de bodegas del sistema.

A partir de los costos anteriores se buscará una expresión de costos logísticos en función de la densidad de bodegas $\delta(x)$, para cada punto x de la región, las áreas de reparto $A_0(x,t)$, para cada zona x y para cada periodo de tiempo t , el número de pedidos consolidados por ruta $n_s(x,t)$ y del tiempo de consolidación $T(x)$. La minimización de esta expresión estará sujeta a una serie de restricciones que permitirán satisfacer la demanda cumpliendo con el tiempo de servicio. En primer lugar se debe cumplir que el periodo de consolidación de una ruta, es decir el tiempo en el que se espera la llegada de pedidos a partir del primer pedido, debe permitir llegar al primer cliente en el tiempo prometido. En segundo lugar, el área debe ser suficientemente acotada de modo que el tiempo en recorrer la distancia media entre clientes consecutivos, debe ser menor al tiempo esperado entre dos pedidos consecutivos de manera de cumplir con el tiempo de llegada a cada cliente. Por último el número de pedidos consolidados por ruta debe ser menor a la capacidad física del vehículo en que se realiza el reparto.

Finalmente se utilizarán los resultados obtenidos para estudiar y analizar la situación de la empresa chilena Bazuca.com. Esta es una empresa de reparto domiciliario de productos que opera en Santiago de Chile desde el año 2000. Los pedidos son recibidos vía Internet o en forma telefónica para luego ser despachados a sus clientes a través de una flota de motocicletas.

Ofrece dos niveles de servicio en su despacho (1 y 2 horas) y permite a sus clientes retirar pedidos en bodega de manera de que éstos se ahorren los costos por despacho.

El área de cobertura de Bazuca está dado por las comunas del sector oriente de la Región Metropolitana (La Reina, Las Condes, Vitacura, Lo Barnechea, Nuñoa, Providencia y Santiago Centro) y su principal rubro es el arriendo de películas y la venta de abarrotes. A partir de la base de datos de pedidos de la empresa se realizará un completo análisis de la demanda, estableciendo en cada comuna periodos homogéneos de demanda. Esta caracterización junto a la recolección de una serie de parámetros incidentes en los costos logísticos permitirá determinar para cada una de las comunas y para el sistema global el número óptimo de bodegas y estimar sus costos logísticos totales.

La metodología aquí propuesta busca determinar el número óptimo de bodegas para servir un área continua $A(x)$ con una densidad de clientes distribuidos en esa área de acuerdo a la función $\lambda_i^t(x)$, a través de la aproximación continua. La técnica de aproximación continua para el diseño de terminales también es utilizada por Daganzo y Ouyang (2004). En Clarens y Hurdle (1975) la técnica es utilizada para el diseño de un sistema de transporte público dentro de una Universidad, de manera de minimizar los costos operacionales y el costo de los usuarios.

En la sección 2 del presente informe se presenta la metodología que se utilizó para derivar la función de costos logísticos. En la sección 4 se explica como obtener los distintos parámetros presentes en la expresión obtenida en el punto anterior. En la sección 5 se presentan los principales resultados obtenidos al aplicar la metodología propuesta a una empresa, en este caso se utilizó Bazuca.com. En la sección 6 se presentan las principales conclusiones de este trabajo.

2. METODOLOGÍA

Lo que se busca es estimar la densidad óptima de bodegas y el tamaño óptimo de las áreas de reparto en función de las características propias de cada zona. Con este objetivo se definirá una expresión que a partir de los niveles de demanda de cada región, los que se suponen homogéneos dentro de esta y de las condiciones locales de los costos, se estimarán los distintos costos logísticos. La minimización de esta función sujeta a algunas restricciones que garantizan factibilidad permitirá identificar las variables buscadas. La función objetivo se expresará en términos de $[\$/Km^2\text{-año}]$, indicando el costo promedio por Km^2 al año de operar el sistema bajo las condiciones especificadas.

Para simplificar este procedimiento se formuló el problema asumiendo que las condiciones locales se presentan localmente en cada punto de la región a analizar. Es decir el modelo asume idénticas condiciones a lo largo de cada región. Por medio de optimizar tantos problemas como puntos de interés en la región es posible identificar las soluciones óptimas para cada uno. Si las condiciones locales no varían bruscamente, la solución tampoco lo hará lo que permite implementarla. Este tipo de enfoque a probado ser muy robusto en términos de los poco que varían los costos óptimos si los datos o las variables de decisión presentan variaciones moderadas.

Para modelar la demanda supondremos que es posible estimar un vector de indicadores $\lambda_i^t(x)$, correspondientes a las densidades de pedidos, es decir, al número de pedidos por hora- Km^2 , para un periodo de demanda t , y para un nivel de servicio i . El número de periodos t dependerá de cada zona x , y el nivel de servicio i dependerá de los servicios de despacho ofrecidos por la empresa. El número de periodos t serán determinados agrupando periodos de demanda homogénea para luego poder determinar el número de horas al año que se presenta cada periodo.

Una vez encontrada la densidad de clientes para cada periodo es necesario establecer cuánto costará atender a esos clientes en función de la densidad de bodegas en cada zona. Los costos logísticos presentes en este tipo de empresa se pueden dividir en tres grupos, en primer lugar el costo de arriendo de bodegas, en segundo lugar el costo de transporte, relacionado con el anterior, el costo de la mano de obra necesaria para despachar los pedidos y por último el costo de inventario.

2.1 Costos de Arriendo

El costo de arriendo depende directamente de la densidad de bodegas (δ) y esta dado por:

$$\delta(C_a(x) + CF_s) \quad (1)$$

Donde:

$C_a(x)$: Es el costo de arrendar y operar la bodega en el punto x durante el periodo de análisis $\left[\frac{\$}{\text{año}} \right]$.

CF_s : Es el sueldo de las personas que trabajan en bodega más los costos de operación. $\left[\frac{\$}{\text{año}} \right]$.

El costo de arriendo $C_a(x)$ dependerá del valor del suelo del punto x . La expresión 1 es válida bajo el supuesto que ambos costos son independientes del tamaño de la zona a servir, es decir el tamaño de la bodega no varía dependiendo del tamaño de la zona. Si se considerará que estos dependen del tamaño de la región a atender $\left(\frac{1}{\delta} \right)$ entonces habría que determinar su forma funcional específica.

La demanda total de cada bodega va a estar dada por la suma de los pedidos despachados más los pedidos retirados en bodega, en caso de que la empresa ofrezca esta opción. Es razonable suponer que la demanda total agotada por cada bodega crezca en la medida que su área de influencia crezca. Sin embargo, uno esperaría que este efecto no fuera lineal ya que los sectores periféricos deberían ser menos proclives a recoger sus pedidos en la bodega por sobre el despacho. Así, es esperable que en las zonas más cercanas a la bodega la proporción de pedidos que se retiran en local sea mayor. Es posible incluir este fenómeno en el modelo calculando el ingreso extra generado por los pedidos retirados en bodega y su ingreso como un descuento en el costo de arriendo.

Para calcular este ingreso extra es necesario primero estimar el número de pedidos extras que se generarán en cada bodega dada una cierta densidad de pedidos y una superficie a servir. Modelaremos la demanda que se retira en el local para cada unidad de superficie de la región. Supondremos que la demanda en esta unidad estará asociada positivamente a la demanda por pedidos a ser despachados. Así mismo, supondremos que a medida que la unidad de superficie se aleje de la bodega la demanda a ser retirada en el local cae. Así, se tomaron como variables explicativas del número de pedidos extras generados en bodegas, el número de pedidos despachados y la distancia entre el cliente y la bodega.

Por estas razones se propuso explicar el número de pedidos extras retirados en local en función del número de despachos a domicilio y de la distancia según la siguiente expresión:

$$\frac{y_t(x)}{A(x)} = \beta \cdot \left(\frac{X_t(x)}{A(x)} \right)^\alpha \cdot r(x)^\gamma = \beta \cdot \lambda_t^t(x)^\alpha \cdot r(x)^\gamma \quad (2)$$

Donde:

$y_t(x)$ = Número de pedidos originados en el punto x retirados en bodega.

$X_t(x)$ = Número de pedidos originados en punto x despachados a domicilio.

$r(x)$ = Distancia a la bodega en punto x [Km].

A = Área de la sub-zona donde se generó el pedido.

β, α, γ = Parámetros a calibrar en la regresión.

Esta formulación parte al obtener el número total de pedidos por área, por medio de integrar la expresión anterior en el área de influencia como función de una cierta densidad de bodegas. De esta manera el número de pedidos extras y_t generados por una cierta densidad de bodegas δ en el periodo t , suponiendo áreas circulares y una densidad constante de pedidos regulares, va a estar dado por:

$$y_t = \int_{x \in R} \beta \cdot \lambda_t^t(x)^\alpha \cdot r(x)^\gamma \partial A(x) \quad (3)$$

$$\Rightarrow y_t = \lambda_t^t(x)^\alpha \int_{r_0}^{\sqrt{\pi \delta}} \int_0^{2\pi} \beta \cdot r(x)^\gamma \cdot r \partial r \partial \theta \quad (4)$$

Para integrar sobre toda la superficie se eliminó un área circular de radio r_0 muy cercana a la bodega. Como se supuso áreas circulares será necesario estimar el radio del área de influencia. Si la densidad de bodegas es δ , entonces el área de influencia de cada bodega será $\frac{1}{\delta}$, por tanto el radio es igual a $\frac{1}{\sqrt{\delta \cdot \pi}}$.

Una vez obtenido el número extra de pedidos que se generarán para una cierta densidad de bodegas es posible calcular el ingreso extra que éstos generarán suponiendo un monto promedio (\bar{M}) y un margen promedio (\bar{R}) por pedido, parámetros que dependerán de las características de la empresa:

$$I_E = y \cdot \bar{M} \cdot \bar{R} \quad (5)$$

Este ingreso extra se incluye en la función de costos totales como un descuento en el costo de arriendo, quedando el costo de arriendo neto como:

$$\delta(C_a(X) + CF_s - I_E) \quad (6)$$

Este ingreso extra debe ser incluido sólo si la empresa ofrece a sus clientes la posibilidad de retirar ellos sus pedidos en bodega. En caso de no ser así podría estudiarse el hecho de la mayor demanda que produce la bodega en sus cercanías por su sola presencia.

2.2 Costo de Transporte

El costo de transporte está dado por el costo de recorrer completamente cada una de las rutas. Estas rutas deben permitir llevar un pedido desde la bodega hasta su destino, dentro del tiempo prometido. Los pedidos son recibidos por la bodega, y se consolidan el mayor número posible de ellos en ruta en la medida que el repartidor sea capaz de visitar a cada cliente dentro del plazo de tiempo prometido por la empresa y mientras no se active la restricción de capacidad, es decir incapacidad física del repartidor de llevar más pedidos. Denominaremos al número de pedidos que llevará cada repartidor durante el periodo t n_s^t , esto es la consolidación de pedidos por ruta, en dicho periodo. Por otra parte, denominaremos A_0^t al área cubierta por cada ruta en el periodo t .

El costo de transporte puede dividirse en el costo troncal, más el costo de ruteo. El costo troncal corresponde al costo de

llegar al área de ruteo desde la bodega y luego regresar a ella. Por tanto depende directamente de la densidad de bodegas. Si la densidad de bodegas es δ , entonces el área de influencia de la bodega es $\frac{1}{\delta}$. Si asumimos que cada área será aproximadamente circular, podemos estimar el radio del área de influencia, el que sería igual a $\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \delta}}$, suponemos que la distancia troncal media será la mitad del radio del área de influencia, por lo que la distancia troncal media correspondería a:

$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot \delta}} \quad (7)$$

El costo de ruteo dentro de cada zona de reparto va a depender de la distancia media entre clientes. La distancia media entre cliente va a ser inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad de clientes en cada ruta. Como el número de clientes por ruta es igual a n_s^t y el área de reparto es A_0^t , la densidad de clientes en cada periodo será $\frac{n_s^t}{A_0^t}$, por lo que la distancia media entre clientes va a estar definida por:

$$\frac{K}{\sqrt{\frac{n_s^t}{A_0^t}}} \quad (8)$$

Donde K corresponde a un factor que es necesario calibrar, en definitiva la distancia total de ruteo esta dado por:

$$\frac{K}{\sqrt{\frac{n_s^t}{A_0^t}}} \cdot n_s^t \Rightarrow K \cdot \sqrt{n_s^t \cdot A_0^t} \quad (9)$$

Sólo como observación es importante señalar que la distancia media de clientes tiene una cota máxima, la que va a estar dado, si suponemos λ_i^t homogéneos dentro de toda la región, por:

$$\frac{K}{\sqrt{\sum_i \lambda_i^t(x) \cdot T}} \quad (10)$$

Donde T corresponde al tiempo de consolidación de un envío, es decir el tiempo que espera el repartidor a partir del primer pedido en salir de la bodega, de manera de acumular pedidos en un único envío.

Para obtener el costo total de transporte durante cada periodo es necesario multiplicar la distancia troncal y la distancia de ruteo por el total de rutas. El número total de pedidos por hora es igual a:

$$\frac{\text{Demanda}}{\text{superficie} \cdot \text{tiempo}} \cdot \text{Area} \Rightarrow \sum_i \lambda_i^t(x) \cdot \frac{1}{\delta} \quad (11)$$

Por tanto si se divide la expresión anterior por n_s^t , se obtiene el total de rutas por hora:

$$\frac{\sum_i \lambda_i^t(x)}{\delta \cdot n_s^t} \quad (12)$$

Por tanto el costo total de transporte, en una hora por Km², estará dado por la suma de dos veces la distancia troncal más la

distancia de ruteo, multiplicado por el número total de rutas en una hora, por el número de bodegas y por C_d , que corresponde al costo de despacho [\$/Km] y es un parámetro que debe ser calculado en función de los rendimientos de la flota de vehículos.

$$\left(2 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{\delta \pi}} \right) + K \cdot \sqrt{n_s^t \cdot A_0^t} \right) \cdot \left(\frac{\sum_i \lambda_i^t}{\delta \cdot n_s} \right) \cdot \delta \cdot C_d \quad (13)$$

Para obtener el costo anual es necesario sumar en todos los periodos del año, quedando:

$$\sum_t \frac{\left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) \cdot C_d}{\sqrt{\delta \pi} \cdot n_s^t} + \sum_t K \cdot \left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) \cdot \sqrt{\frac{A_0^t}{n_s^t}} \cdot C_d \quad (14)$$

A este costo de despacho es necesario sumar el costo de los repartidores, dado por el sueldo de estos.

Para obtener el costo de los repartidores se obtendrá el número esperado de conductores por Km², de manera de obtener el total de mano de obra necesario para cubrir la demanda, para luego obtener el costo de esta mano de obra. Se supone que se utilizará un medio de pago eficiente de manera que se incentive a los conductores a realizar los recorridos en el tiempo esperado, de modo de que la mano de obra no sea sub-valorada.

Para conocer el tiempo de cada ruteo se utilizará la formula de Genta y Muñoz (2005):

$$R^t = \alpha + \beta \cdot n_s^t + \gamma \cdot l^t \quad (15)$$

Donde:

R^t = Tiempo de ruteo en el periodo t.

l^t = Largo estimado de una ruta representativa de la hora, en la función del número esperado de pedidos a entregar en dicho instante [kilómetros/ruta].

El largo estimado de la ruta en cada periodo t va a estar dado por, dos veces la distancia troncal más la distancia de ruteo en cada zona de reparto:

$$\frac{2}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot \delta}} + K \cdot \sqrt{n_s^t \cdot A_0^t} \quad (16)$$

De esta manera el número de conductores por Km² puede estimarse como:

$$\frac{\# \text{conductores}}{\text{Km}^2} = \sum_i \lambda_i^t(x) \cdot \frac{1}{n_s} \cdot R^t \quad (17)$$

Es razonable pensar que existirá un tiempo perdido (ocioso) en el que los repartidores no se encontrarán en ruta ni atendiendo un cliente, sino que estarán por ejemplo esperando en bodega la consolidación de una ruta, o esperando pedidos para armar una ruta. De esta manera el número esperado de conductores por Km², se pueden estimar incorporando en la expresión anterior un coeficiente $\%_{\text{Tocioso}}$ que indique la proporción de la jornada laboral de un conductor en que éste no esté a cargo de una ruta activa. En función de este coeficiente podemos definir $\bar{\omega}$ tal que:

$$\bar{\omega} = \frac{1}{1 - \%_{\text{Tocioso}}} \quad (18)$$

Y así ajustar la expresión (3.18) considerando el factor $\bar{\omega}$:

$$\frac{\# \text{conductores}}{\text{Km}^2} = \left(\sum_i \lambda_i^t \cdot \frac{1}{n_s} \cdot R^t \right) \cdot \bar{\omega} \quad (19)$$

Para obtener el costo por hora es necesario multiplicar el valor anterior por C_s [\$/Hr.]:

$$\sum_t \left(\sum_i \lambda_i^t \right) \cdot \frac{1}{n_s} \cdot R^t \cdot C_s \cdot \varpi \quad (20)$$

2.3 Costos de Inventario

El costo de inventario, que corresponde al costo financiero asociado a tener productos almacenados en bodega, será dividido en dos partes. En primer lugar un costo de inventario fijo asociado a productos cuyo volumen necesario en el sistema es independiente del número de bodegas (por ejemplo los videos que son compartidos entre bodegas para su venta). El costo de inventario asociado a estos productos estará determinado por el costo de oportunidad enfrentado por la empresa (r) y la valorización del promedio de estos productos a disponer en el sistema en cualquier instante del tiempo (CF). Este costo fijo sólo

$$\delta(C_a + CF_s - I_E) + \sum_t \frac{\left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) \cdot C_d}{\sqrt{\delta\pi} \cdot n_s^t} + \sum_t K \cdot \left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) \cdot \sqrt{\frac{A_0^t}{n_s^t}} \cdot C_d + \sum_t \left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) \cdot \frac{1}{n_s^t} \cdot R^t \cdot C_s + \frac{r \cdot CF}{A_{region}} + r \cdot CI \cdot \delta \quad (22)$$

Este costo se expresa en [\$/Km²-año], y para encontrar la densidad óptima de bodega es necesario minimizar la expresión anterior sujeto a las restricciones que se presentan en la siguiente sección. Las variables presentes en la expresión son la densidad de bodegas δ , las áreas de ruteo A_0^t y el número de pedidos consolidados por ruta n_s^t .

2.4 Restricciones

En primer lugar es necesario establecer una relación entre el mínimo de clientes por ruta, el periodo de consolidación de clientes y las superficies de las áreas a visitar. Para esto asumimos que las llegadas de pedidos es Poisson y supondremos que el nivel de servicio 1 es el más restrictivo, es decir el de plazo más

afectará a la magnitud de los costos totales pero no afectará a la densidad óptima de bodegas en el sistema.

En segundo lugar un costo de inventario variable por bodega asociados a productos que es necesario disponer en cada bodega (por ejemplo, productos de minimarket), es decir que depende del número óptimo de bodegas. Este costo de inventario estará dado por el costo de oportunidad r y la valorización del promedio de estos productos a disponer en cada bodega en cualquier instante del tiempo (CI).

De esta manera el costo de inventario total, expresado por unidad de superficie y unidad de tiempo estará determinado por:

$$\frac{r \cdot CF}{A} + r \cdot CI \cdot \delta \quad (21)$$

De esta manera el costo total esta dado por la suma de las ecuaciones (6), (14), (20) y (21) es:

estrecho para llegar al cliente. En ese caso el número de pedidos por ruta queda definido por poner pedidos que llegan antes del primer pedido tipo 1, el pedido tipo 1 que es el que define el instante en que la ruta saldrá de la bodega para poder llegar a la hora al cliente y los pedidos de todos los tipos que llegan en dicho periodo. Denominamos T al periodo que transcurre desde que llega el primer pedido tipo 1 y la ruta es despachada. Entonces:

$$n_s^t = 1 + A_0^t \left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) T + \sum_{i=1} \frac{\lambda_i^t(x)}{\lambda_1^t(x)} \quad (24)$$

Por otra parte, el periodo T debe permitir llegar a visitar al primer cliente tipo 1 en el plazo prometido.

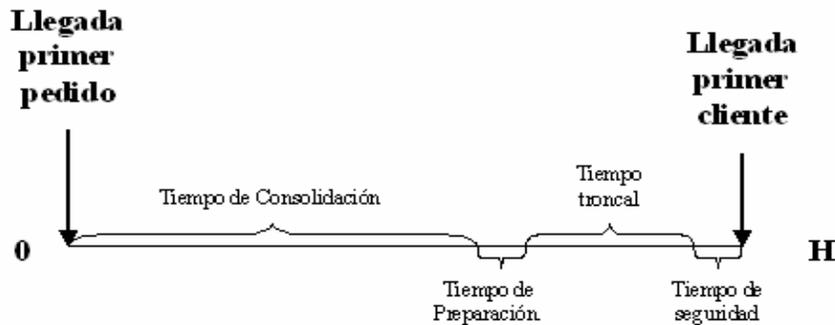


FIGURA 1: Diagrama de Tiempo

Por lo tanto el tiempo de consolidación debe satisfacer:

$$T \leq H_1 - T_r - T_e - T_s \quad (25)$$

Donde:

H_1 = Plazo máximo de entrega prometido por empresa para clientes tipo 1.

T_r = tiempo de ruteo [Hr.].

T_e = tiempo para armar el pedido [Hr.].

T_s = Tiempo de seguridad [Hr.].

El tiempo de ruteo esta dado por el tiempo en recorrer la distancia troncal, que en la práctica es un poco mayor al tiempo

en llegar al primer cliente ya que la distancia troncal es la distancia desde la bodega al centro de gravedad del área de reparto.

$$T_r = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(\delta \cdot \pi)} \cdot V} \quad (26)$$

Donde V corresponde a la velocidad de operación media de los vehículos.

Luego el tiempo para llegar al segundo cliente no puede ser mayor al tiempo entre dos pedidos consecutivos. El tiempo en

llegar al segundo cliente va a estar dado por un tiempo de atención del cliente anterior, más lo que el repartidor se demora en recorrer la distancia esperada entre dos clientes críticos (esto es tipo 1) consecutivos. El tiempo esperado entre dos pedidos

críticos consecutivos dentro del área de reparto A_0 , es $\frac{1}{\lambda_1} \cdot A_0$, por tanto la restricción, que llamaremos de aquí en adelante restricción de ventana de tiempo, queda de la siguiente manera:

$$T_a + \frac{K}{\sqrt{\frac{n_s^t}{A_0^t}}} \cdot \frac{1}{V} \leq \frac{1}{\lambda^1 \cdot A_0^t} \quad (27)$$

Donde T_a es el tiempo de atención medio de un cliente. Solo se incluyen los pedidos de 1 hora ya que estos tendrán una mayor urgencia en ser entregados, por lo que interesa conocer el tiempo que el repartidor tiene para llegar al próximo pedido más urgente en ser entregado. A partir de la expresión anterior se puede expresar A_0^t en términos del tiempo de consolidación y de la densidad de clientes. Observando que a menor tiempo de consolidación menor es el área óptima de reparto. Del mismo modo a mayor densidad de clientes, menor es el área óptima de reparto.

$$\text{Min} \int_{x \in R} \left\{ \delta(C_a + CF_s - I_E) + \sum_i \frac{\left(\sum_i \lambda_i^t(x)\right) \cdot C_d}{\sqrt{\delta \pi \cdot n_s^t}} + \sum_i K \cdot \left(\sum_i \lambda_i^t(x)\right) \cdot \sqrt{\frac{A_0^t}{n_s^t}} \cdot C_d + \sum_i \left(\sum_i \lambda_i^t(x)\right) \cdot \frac{1}{n_i} \cdot R' \cdot C_s \right\}$$

s.a:

$$n_s^t = 1 + A_0^t \left(\sum_i \lambda_i^t(x) \right) T + \sum_{i=1} \frac{\lambda_i^t(x)}{\lambda_i^1(x)} \quad (1)$$

$$T \leq H_1 - T_r - T_e - T_s \quad (2)$$

$$T_a + \frac{K}{\sqrt{\frac{n_s^t}{A_0^t}}} \cdot \frac{1}{V} \leq \frac{1}{\lambda^1(x) \cdot A_0^t} \quad (3)$$

$$A_0^t \leq \frac{1}{\delta} \quad (4)$$

$$n_s^t \leq \max\{n_s\} \quad (5)$$

El área óptima de reparto tampoco puede ser mayor al área de la zona o al área de influencia de la bodega en caso de haber más de una bodega en una zona, por lo que también se debe cumplir la siguiente restricción de área de influencia:

$$A_0^t \leq \frac{1}{\delta} \quad (28)$$

Por último existe una restricción física con respecto a la cantidad de pedidos que cada repartidor puede llevar:

$$n_s^t \leq \max\{n_s\} \quad (29)$$

Así, al minimizar la función objetivo sujeta a estas restricciones se encontrará la densidad óptima de bodegas, el número de pedidos consolidados por ruta y las áreas óptimas de ruteo. De esta forma se podrá tener una aproximación del mínimo costo que deberá incurrir cada bodega para servir un Km^2 de su área de influencia en un año.

De esta forma el modelo final, en función de la densidad de bodegas δ , las áreas de reparto, A_0 , el número de pedidos consolidados por ruta, n_s , y el tiempo máximo de consolidación T , queda de la siguiente manera:

3. RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados al aplicar el modelo anterior para el caso de Bazuca.com. Lo que se busca es estimar el número óptimo de bodegas en toda el área de influencia de la empresa considerando todo el sistema de forma agregada. Para esto se tomará el total de pedidos que recibe Bazuca y se distribuirán uniformemente por la superficie de influencia de la empresa. Al hacer esto se homogeniza la demanda sobre toda la superficie, dejando de lado los distintos niveles de demanda que se producen en cada zona, de manera de tomar el sistema como un todo y analizar cuantas bodegas debiera poseer Bazuca en Santiago si la demanda estuviese uniformemente distribuida.

En primer lugar, a partir del total de pedidos que recibe Bazuca se establecieron 5 periodos de demanda homogénea, considerando que el área total de las 6 comunas es de $140 Km^2$, para estas densidades de clientes la curva de costos totales y por tipo de costo para el sistema en función de la densidad de bodegas queda de la siguiente manera:

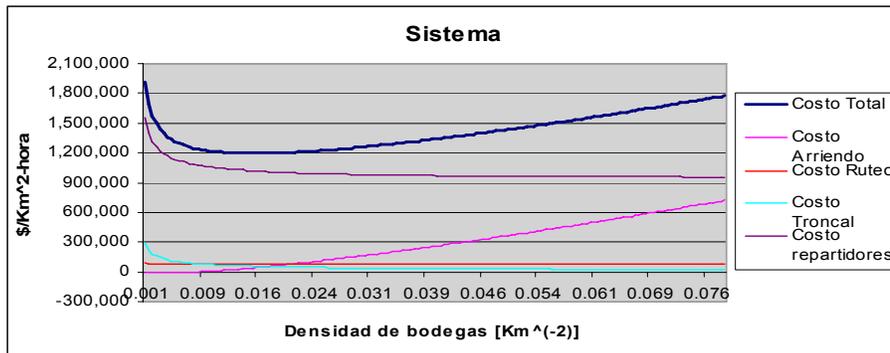


FIGURA 2: Costos Totales Sistema

Así, la densidad óptima de bodegas para el sistema es de 0.007 bodegas por Km², por lo que el número óptimo de bodegas para el sistema considerando la demanda uniformemente distribuida en todo el sistema es de 0.98 bodegas. El costo total al año en que incurriría la empresa es de 195.8 millones de pesos aproximadamente. El número esperado de pedidos, obtenidos son de 178,500 pedidos al año aproximadamente, los que generarían un ingreso aproximado de 535.7 millones de pesos al año, considerando un pedido medio de \$3,000. Para que el negocio sea rentable se requiere que el margen medio por pedido sea mayor, en el óptimo, al 36.4%. En caso de poner dos bodegas en el sistema, lo que equivale a una densidad de bodegas de 0.014 bodegas por Km², el costo total sube a 223 millones de pesos, por lo que rentabilidades margen mínima por pedido para que el negocio sea rentable sube a un 39.0%.

Las áreas óptimas de reparto y el número de pedidos consolidados por ruta se muestran a continuación:

TABLA 1: Áreas Óptimas de Reparto y Pedidos Consolidados por Ruta, por Período en el Sistema.

Período	1	2	3	4	5
A ₀	55.00	25.00	18.00	15.00	10.00
n _s	2.61	3.06	3.40	3.73	3.96

En todos los periodos el área de ruteo esta determinada por la restricción de ventana de tiempo entre clientes consecutivos. La restricción del tiempo de consolidación permanece activa con un tiempo máximo de consolidación de 34.2 minutos en el óptimo.

Así, en el óptimo se puede pensar en dos soluciones, en primer lugar poner una bodega en el centro de gravedad del área de influencia de la empresa, o poner dos bodegas; una en Las Condes que abastece las comunas de Lo Barnechea, Las Condes, Vitacura y La Reina y otra en Providencia abasteciendo las comunas de Providencia, Santiago Centro y Nuñoa. Ambas soluciones según el modelo tendrían una diferencia en los costos totales de un 7.1%. En la Figura 3 muestra un mapa de una posible solución al sistema:

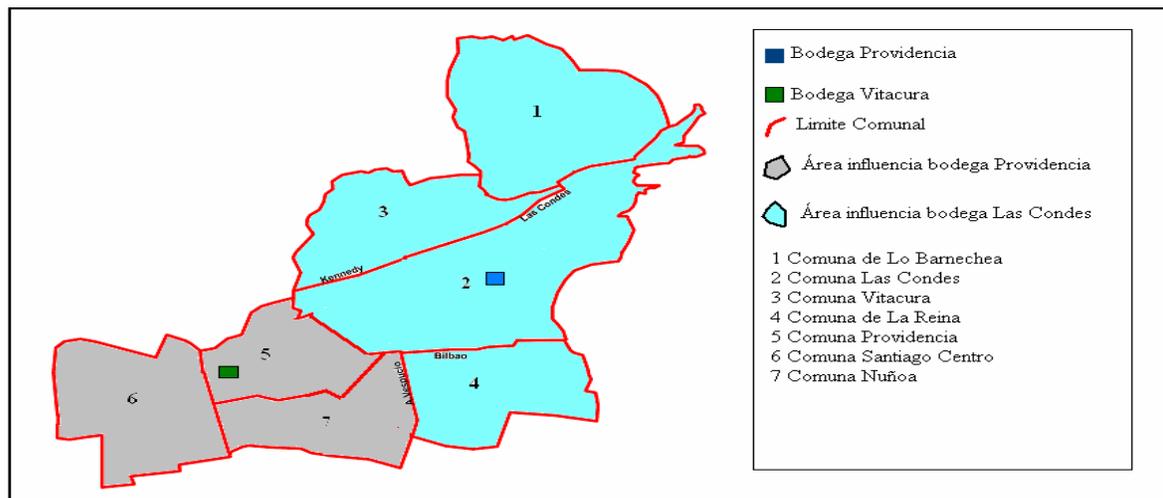


FIGURA 3: Mapa Solución Óptima

Para ver como varía el óptimo al variar la demanda, se aumento en un 10% la demanda en cada uno de los 5 periodos de demanda de la Tabla 1. El óptimo varía de 0.007 bodegas por Km² a 0.0073 bodegas por Km², es decir pasa de 0.98 bodegas en el sistema a 1.02 bodegas en el sistema. Como se producen más

pedidos aumenta el ingreso esperado por lo que rentabilidades margen mínimo por pedido para que el negocio sea rentable disminuye a un 34.7% en el óptimo. En la Tabla 2 se muestra como varía el óptimo al variar la demanda:

TABLA 2: Variación del Óptimo en Función de la Demanda

Variación Demanda	Densidad óptima	# bodegas	Costo total	Margen mínimo
Actual	0.007	0.98	195,356,666	36.46%
10%	0.0073	1.02	204,853,504	34.76%
20%	0.0079	1.11	213,821,573	33.26%
40%	0.0088	1.23	230,464,627	30.73%

4. CONCLUSIONES

Este trabajo aborda a partir de la aproximación continua uno de los problemas más importantes de la logística, la localización de bodegas y diseño de estrategias de distribución para empresas de reparto a domicilio con ventanas de tiempo estrechas e inmediatas. El estudio incluye una aplicación de la metodología a

la empresa Bazuca.com. Para esto, se derivó una expresión que incluye los principales costos logísticos en función de cuatro variables: la densidad de bodegas, el número de pedidos consolidados por ruta, el tamaño de las áreas de ruteo y el tiempo de consolidación de pedidos. La función de costos logísticos contempla los siguientes elementos:

- El costo de arriendo y operación de bodega: que depende principalmente del valor de la tierra donde se desea poner una bodega, además de los sueldos de las personas que trabajan en bodega.
- El ingreso extra captado por la empresa producto de la instalación de una nueva bodega.
- El costo de transporte: que corresponde al costo de llevar los pedidos desde la bodega hasta los clientes.
- El costo de los repartidores: que corresponde al costo de la mano de obra necesaria para llevar los pedidos desde la bodega hasta los clientes.

Con los costos anteriormente mencionados se determinó una expresión de costos logísticos, la cual debe minimizarse sujeta a restricciones, las restricciones consideradas son: que los clientes sean visitados en el tiempo prometido por la empresa, que exista consistencia entre el número de pedidos consolidados por ruta, las áreas de ruteo y el tiempo de consolidación, que las áreas de reparto no sobrepasen el área servida por ellas, y que el número de pedidos llevados por un repartidor no sobrepase su capacidad.

La metodología propuesta fue aplicada a la empresa de reparto a domicilio Bazuca.com que recibe solicitudes por Internet o por teléfono y promete llegar al cliente en una o dos horas desde que el pedido fue realizado. Actualmente el área de influencia de la empresa está dado por las comunas de Lo Barnechea, Las Condes, Vitacura, La Reina, Providencia, Santiago centro y Nuñoa y cuenta con dos bodegas una en Vitacura y otra en Providencia. Al aplicar el modelo a la empresa, con la demanda histórica de esta, fue posible determinar el número óptimo de bodegas en el sistema (1) y para esta densidad, se determinaron las áreas de ruteo para cada periodo de demanda, al igual que el número de pedidos consolidados por ruta. El costo total esperado para este diseño sería de aproximadamente de 195 millones de pesos al año. Finalmente se sensibilizó la demanda y fue posible observar que para cambios de un 40% de la demanda el número óptimo de bodegas varía en un 18%.

REFERENCIAS

- Clarens, C. C. y Hurdle, V. F. (1975) An operating strategy for a commuter bus system, **Transportation Science**, Vol. 9, 1-20.
- Genta S. y Muñoz, J.C. (2005). Asignación de Turnos en Una Empresa de Reparto a Domicilio basada en la Productividad de los Conductores. **Actas XII Congreso Chileno Ingeniería de Transporte**, 403-417.
- Ouyang Y. y Daganzo, C.F. (2004). Discretization and Validation of the Continuum Approximation Scheme for Terminal System Design. **Transportation Science**, Vol. 40 pp. 89-98.