

# Modelos de Transporte y Uso de Suelo para el Caso Suburbano

Jorge Videla C. y Fernando Bravo F.  
CIS Asociados Consultores en Transporte S.A.  
Austria 2042, Santiago, Chile.  
Fono 56-02-2051033, E-mail: fbravo@cistrans.cl

Francisco Martínez C. y Pedro Donoso S.  
Laboratorio de Modelamiento de Transporte y Uso de Suelo  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas U. de Chile  
Blanco Encalada 2002, Santiago, Chile.  
Fono 9784380, E-mail: fmartine@ing.uchile.cl

## RESUMEN

Los proyectos de transporte suburbano surgen en las grandes ciudades como resultado de su crecimiento, el cual se caracteriza por el desarrollo de centros satélites que permiten tener la residencia en uno de ellos y realizar actividades diarias en otro (llamado *commuting*). Esta característica hace que el modelamiento de la demanda de uso de suelo y de transporte en el contexto urbano-suburbano sea diferente que en los contextos urbano e interurbano, particularmente por la existencia de demanda inducida de transporte. En el corto plazo, un proyecto de transporte suburbano reduce tiempos de viaje e induce viajes; en el largo plazo una relocalización de actividades puede ser un impacto relevante. En este trabajo se plantea un modelo de uso de suelo y un modelo de transporte que representan estos impactos. Ambos modelos interactúan entre sí y con un modelo urbano de un modo secuencial para simular el equilibrio urbano y suburbano.

*Palabras Claves:* proyectos suburbanos, demanda inducida, relocalización, uso de suelo.

## ABSTRACT

Suburban transportation projects are common in megacities as a result of their development, which is characterized by dependent satellite urban settlements that allow commuting between the megacity and the satellites. This characteristic makes the land use and transport demand in suburban context quite different than in urban or intercity contexts, particularly with regards to induced travel demand. On the short term, a suburban transport project reduces travel times and induces trips; on the long term a relocation of activities may be a relevant impact. In this paper a land use model and a transport model that represent these impacts are proposed. Both models interact with each other and with an urban model in a sequential way for simulating urban and suburban equilibrium.

## 1. INTRODUCCIÓN

A diferencia de los sistemas urbanos, los proyectos suburbanos están orientados a integrar dos centros urbanos de distinto tamaño, inicialmente con baja frecuencia de interacción; la interacción esperada es del tipo residencia en un centro y trabajo en otro, lo que involucra alta frecuencia de viajes con retorno diario, para realizar actividades estables en cuanto a localización como trabajo o estudio (llamado *commuting*).

El proyecto de transporte tiene el potencial de inducir demanda de transporte debido a varias causas que ocurren integradamente. En el corto plazo, se inducen viajes por el mejoramiento de la accesibilidad entre ambos poblados. En el largo plazo la mejor accesibilidad y el diferencial de precios del suelo entre ambos mercados tienen a generar relocalización de actividades, tanto de residentes como de firmas, iniciándose una dinámica propia del mercado del suelo, en busca de un equilibrio de mercado en las nuevas condiciones de accesibilidad y del ajuste propio de la localización inducida por economías de aglomeración.

En efecto, la teoría de valor de suelo desarrollada a partir de Alonso (1964) establece que: i) las actividades que se localizan en un lugar son aquellas de mayor disposición a pagar; ii) que esa disposición depende de la accesibilidad y de atributos de la zona; iii) que las rentas reflejan la máxima valoración de atributos y accesibilidad de parte de los agentes (residentes y firmas). Luego, un incremento de la accesibilidad aumenta la disposición a pagar por el suelo, pero de manera diferenciada entre los agentes, por lo que la tierra originalmente agrícola es luego usada en producción industrial y de servicios o bien residencial debido a la mejor accesibilidad. Según esto, zonas de menor desarrollo que mejoran su acceso a una zona desarrollada, tiene un primer impacto de generación de viajes dado el uso de suelo inicial, y luego un segundo impacto de relocalización de actividades en ambos centros.

El objetivo de este trabajo es formular un modelo que permita predecir estos procesos tanto en el corto como en el largo plazo. Se requiere que el modelo esté especificado con especial consideración a la representación de la demanda inducida por un proyecto, ya que las metodologías actuales subestiman estos impactos. Por una parte en los métodos interurbanos la interacción espacial, dominada por los costos de transporte, no incluye los efectos del mercado del suelo antes indicados, mientras que en caso de los modelos urbanos donde este efecto sí se considera, ocurre que los fenómenos de generación de viajes inducida por mayor accesibilidad no son modelados explícitamente, como lo observan Yao y Morikawa (2003).

Luego, sin un modelo adecuado los beneficios pueden subestimarse severamente.

En los proyectos suburbanos se espera que en el corto plazo el costo de transporte se reduzca y tiendan a aumentar los viajes; en tanto, en el largo plazo se espera relocalización de las actividades como resultado de que los diferenciales originales de precios del suelo entre ambos centros ya no se justifican por el costo de transporte; es decir, el centro de menor tamaño empieza a ser atractivo para localizar ciertas actividades debido a la menor congestión y menores precios del suelo en esa zona (*ceteris paribus* otras características). Así se espera que se relocalicen algunos servicios y empleos impactando en la demanda de viajes. Si bien el fenómeno de la demanda inducida ya se encuentra identificado en la literatura, los modelos propuestos sólo consideran los efectos de corto plazo, con localización constante o exógena (ver Yao y Morikawa, 2003; y Daly, 1997). En este trabajo, se plantean en primer lugar las definiciones necesarias para caracterizar los proyectos de transporte suburbano; luego, se presenta un enfoque general de modelación indicando las relaciones que se generan entre los mercados de usos de suelo y de transporte, tanto a nivel urbano como suburbano. Posteriormente, se formulan los distintos modelos de demanda y oferta que describen los mercados suburbanos. El trabajo culmina con las conclusiones y recomendaciones de los autores sobre el uso futuro de estos modelos.

## 2. DEFINICIONES FUNDAMENTALES

Se entenderá por proyecto de transporte suburbano a aquel que cumpla las siguientes condiciones. i) Debe mejorar la conectividad entre al menos dos zonas urbanas separadas por una zona sin desarrollo urbano. ii) Debe existir, o se espera que exista con el proyecto, una componente importante de viajes diarios (del tipo *commuting*), entendidos como viajes de ida y retorno en el mismo día, con propósitos de trabajo y estudio principalmente. iii) Debe impactar de manera significativa la conectividad del territorio.

La primera condición permite distinguir los proyectos suburbanos de los estrictamente urbanos, es decir, que actúan sobre el interior de una zona urbana, como también de aquellos proyectos de extensión urbana que integran una conurbación. La segunda condición indica la existencia de una interacción permanente entre estas zonas, siendo el caso más distintivo cuando una de las zonas presenta un equipamiento ostensiblemente mayor que la otra, la cual es una zona satélite o dormitorio de la primera. También se presenta cuando se mejora significativamente la accesibilidad entre dos zonas con equipamientos similares, hecho que hace que las alternativas factibles de trabajo y otras actividades aumenten para un costo de transporte dado o un tiempo disponible. En este caso el aumento de opciones a un costo dado es la causa de un aumento en la generación de viajes. La tercera condición, diferencia el modelamiento y la evaluación habitual de proyectos interurbanos, ya que bajo esta condición el supuesto habitual de demanda inelástica no se sostiene. Aún más, ignorar este efecto puede traducirse en no recomendar un proyecto que bien estudiado pudiera resultar rentable. Así, se espera que en el corto plazo, sin cambio en el uso del suelo, un proyecto suburbano impacte al menos en la generación y/o distribución de viajes debido a la reducción de costos de transporte; es decir, debe estudiarse como un proyecto con demanda elástica de viajes. En el largo plazo, el proyecto y su reducción de costos de transporte provocan también cambios en el uso de suelo, lo que agrega nuevos impactos a la demanda de viajes.

## 3. ENFOQUE GENERAL DE MODELACIÓN

El enfoque propuesto para modelar la demanda por transporte de proyectos suburbanos incluye los efectos de corto plazo que ocurren en el sistema de transporte, donde un aspecto distintivo es el rol preponderante que juega el costo de transporte en la generación y elección de destino de los viajes, debido a que se trata de distancias largas para un viaje diario con retorno. Por otra parte también se modelan efectos de largo plazo derivados de la potencial relocalización de algunas actividades prediciendo los cambios esperados en dirección a alcanzar un nuevo estado de equilibrio del mercado del suelo. Otra característica importante del enfoque propuesto es que las elecciones a realizar, se representan con una descripción jerárquica del espacio; por ejemplo, la elección de localización residencial o de las firmas, y la elección de destino de los viajes. Esto diferencia la elección entre centros urbanos de las elecciones al interior de esos centros.

El modelamiento del mercado de uso de suelo suburbano permite representar la relocalización, tanto de hogares como firmas, inducida por el mejoramiento de la accesibilidad de transporte que genera el proyecto suburbano. Esto se concreta incluyendo la variable accesibilidad y los costos del suelo en el conjunto de atributos que describen el comportamiento de estos agentes en la decisión de localización. Dadas las condiciones particulares de los proyectos suburbanos, en que el ámbito abarca amplias zonas agrícolas de potencial desarrollo inmobiliario, se supone que el mercado del suelo en estudio es del tipo abierto, no siendo necesario ni conveniente suponer que se verifican condiciones de equilibrio entre oferta y demanda por localización o uso de suelo. En estos sistemas abiertos la cantidad de suelo no es limitada y la demanda puede provenir del exterior del sistema.

En el mercado de transporte suburbano, el equilibrio entre la oferta y demanda se especifica a través de un modelo combinado y secuencial que incorpora las elecciones del viaje, del destino, del modo y de la ruta del viaje, similar a los que plantean Oppenheim (1995), Boyce, D., M. Lupa and Y. Zhang (1994), Bar-Gera and Boyce (2006), Boyce and Xiong (2007); donde la elección del viaje es elástica a los niveles de servicio que presentan las redes de transporte, lográndose de esta manera representar el efecto de la demanda inducida. El modelo secuencial se justifica cuando se asumen retardos en los efectos de una elección y la siguiente en orden jerárquico, siempre y cuando se modele tal secuencialidad con periodos de tiempo cortos, por ejemplo cada año hasta el horizonte de tiempo del estudio; de usar periodos más largos, como cinco años o más, se espera que los impactos mutuos entre las decisiones converjan a un estado de equilibrio. La secuencialidad, a diferencia del equilibrio, permite la construcción de modelos más simples de implementar sin software especializado.

El modelo global del sistema suburbano es posible representarlo mediante la Figura 1, donde un modelo de uso de suelo proyecta la localización de hogares y firmas del año  $t$  ( $A^t$ ), requeridos para estimar los viajes de la etapa de generación y atracción de viajes del mercado de transporte.

En este modelo de demanda de transporte, las tres primeras etapas del modelo clásico de transporte (Ortúzar y Willumsen, 1994), dependerán tanto del sistema de actividades ( $A^t$ ) como de los costos generalizados de transporte del año  $t$  del mercado de transporte suburbano ( $C_s^t$ ). También, se asume que los niveles de servicio de las redes suburbanas depende del costo de viaje de equilibrio del transporte urbano para el mismo año  $t$  ( $C_U^t$ ).

Nótese que el equilibrio de uso de suelo del año  $t$  está desfasado en el tiempo respecto al equilibrio de transporte ya que las accesibilidades denotadas por  $\alpha^{p_U}$  y  $\alpha^{p_S}$ , provenientes de los sistemas suburbanos de transporte serán atributos con un rezago temporal  $p$ .

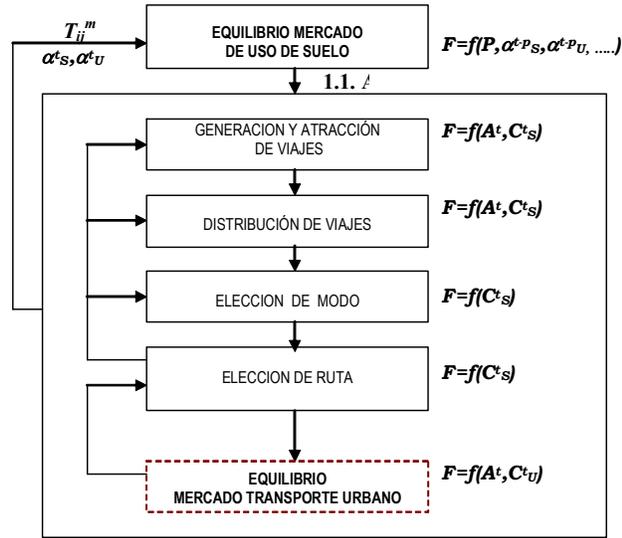


FIGURA 1: Relación de Modelos de Transporte y Usos de Suelo

#### 4. MODELOS DE USO DE SUELO

Por tratarse de un sistema abierto como se dijo anteriormente, se plantea un modelo de simulación, con desfase temporal de las decisiones entre oferta y demanda inmobiliaria, y entre transporte y uso del suelo. Con este supuesto, no se aborda un problema de equilibrio estático, sino que uno de simulación de la dinámica que afecta el cálculo de las rentas y el de las externalidades en localización, obteniéndose un estado cercano al equilibrio (cuasi-equilibrio).

El espacio en el contexto suburbano, dada su amplitud y diversidad, se describe con una estructura jerárquica de dos niveles, las macro-zonas (subíndice  $I$ ) y micro-zonas (subíndice  $i$ ). Los bienes inmuebles se clasifican en tipos (subíndice  $v$ ). Cada combinación de ubicación y bien inmueble define un sub-mercado de oferta ( $v, i, I$ ), donde concurre una demanda específica, sin perjuicio de que los consumidores y oferentes participen en todos los sub-mercados.

En cada período  $t$ , el modelo se alimenta del número de hogares y firmas de cada categoría y de las accesibilidades que entrega el modelo de transporte, y opera en tres fases como sigue:

- En la primera fase todos los hogares y firmas eligen un sub-mercado, o sea la tripleta ( $v, i, I$ ), maximizando su utilidad aleatoria y observando precios y atributos de las opciones que están definidos en el período anterior.
- En la segunda fase se predice la oferta inmobiliaria y del suelo que se produce en el período  $t$  para estar disponible en  $t+1$  en cada sub-mercado ( $v, i, I$ ). Se asume que la oferta total en el área de estudio es conocida e igual al total de agentes, incluidos hogares y firmas, en toda el área de estudio. Esta oferta luego se distribuye, por tipo de bien y zona de ubicación, asumiendo maximización de la ganancia aleatoria de los oferentes.
- En la tercera fase, se asigna a los consumidores los bienes inmuebles disponibles (producidos en  $t-1$ ) en cada sub-

mercado definido por la zona y tipo de bien inmueble. Como la oferta y la demanda tienen descalces en cada sub-mercado, tanto en los totales como en los sub-mercados específicos definidos por viviendas y zonas, se utiliza un criterio de asignación según la regla del mejor postor asumiendo un proceso de remate de bienes inmuebles.

#### 4.1 Modelo de Demanda Residencial

El número de hogares de tipo  $h$  en un período  $t$ ,  $H_h^t$ , es exógeno al modelo. La parte de ella que demanda viviendas en el sub-mercado ( $v, i, I$ ) se denota  $H_{hvi}^t$ , y se modela utilizando el siguiente modelo logit jerárquico (ver Anas, 1982) en dos niveles espaciales:

$$H_{hvi}^t = H_h^t \cdot P_{I/h}^t \cdot P_{vi/h}^t \quad (1)$$

donde  $P_{I/h}^t$  y  $P_{vi/h}^t$  son las probabilidades de que un hogar categoría  $h$  elija localizarse en el año  $t$  en la macro-zona  $I$  y en la opción ( $v, i$ ) dado que eligió  $I$ , respectivamente.

En este modelo la elección de localización en el nivel superior, es decir, de una macro-zona es:

$$H_{hI}^t = H_h^t * \frac{V_I^{t-1} \phi_{hI}^t \exp(\bar{U}_{hI}^t)}{\sum_{I'} V_{I'}^{t-1} \phi_{hI'}^t \exp(\bar{U}_{hI'}^t)} \quad \forall h, I \quad (2)$$

donde  $V_I^{t-1}$  representa la oferta de viviendas disponible en la macro-zona  $I$ . El factor  $\phi_{hI}^t$  (llamado *cut-off*) define la probabilidad de que la macro-zona  $I$  sea una opción factible para el hogar  $h$  ( $\phi_{hI}^t \in [0, 1]$ ) y que se modela como un Logit binomial (ver Martínez et al. 2009). Esta probabilidad depende tanto de las regulaciones urbanas existentes como también de las restricciones propias del hogar, como su ingreso con relación al valor del suelo en la zona.

La función de utilidad indirecta es  $\bar{U}_{hI}^t = \bar{U}_h(d_h, z_I^{t-1}) + \delta_I \ln\left(\sum_{vi} \exp U_{hvi/I}^t\right) \quad \forall h, I$ . En el primer término  $d_h$  es un vector de atributos socioeconómicos del hogar y  $z_I^{t-1}$  un vector de atributos de uso de suelo de la macro-zona en el período anterior. El segundo término representa el valor esperado de la máxima utilidad que se puede obtener de las opciones ( $v, i$ ) en la macro-zona, de la segunda etapa de elección. El parámetro  $\delta_{hI}$  es el parámetro estructural del modelo jerárquico que se debe calibrar verificando que se cumpla que  $0 < \delta_{hI} \leq 1$ , de no verificarse la estructura jerárquica supuesta no es validada por los datos y se recomienda modificar la agrupación zonal o bien especificar un modelo multinomial.

La elección de segundo nivel, es decir, de localización en una micro-zona queda determinada por:

$$H_{hvi}^t = H_{hI}^t * \frac{V_{vi}^{t-1} \phi_{hvi}^t \exp(\bar{U}_{hvi/I}^t)}{\sum_{v', i'} V_{v' i'}^{t-1} \phi_{h v' i'}^t \exp(\bar{U}_{h v' i' / I}^t)} \quad \forall h, v, i \quad (3)$$

con  $V_{vi}^{t-1}$  el número de viviendas de tipo  $v$  disponibles en la zona  $i$ , en tanto que  $\phi_{hvi}^t$  representa la probabilidad de que la opción inmobiliaria ( $v, i$ ) esté disponible para el hogar  $h$ .

La función de utilidad indirecta que da cuenta de las preferencias se especifica como  $\bar{U}_{hvi/I}^t = \bar{U}_h(y_h - r_{vi}^{t-1}, d_h, q_v, z_I^{t-1}, \alpha_{hvi}^{t-1}) \quad \forall h, v, i \in I, \forall I$ , que incluye el ingreso del hogar  $y_h$  y el valor de la vivienda desfasada en un año  $r_{vi}^{t-1}$ , además de vectores de atributos del

hogar  $d_h$ , de la vivienda  $q_v$  y del uso del suelo en la micro-zona  $z_i^{t-1}$ . También incluye una medida de accesibilidad (desfasada)  $acc_{hi}^{t-1}$  que depende de los costos y tiempos de viajes y de la localización de las actividades el año anterior (ver Martínez, 1995).

Los parámetros de las funciones de utilidad y el factor de escala  $\delta_{ht}$  se calibran utilizando el método estándar de maximización de la verosimilitud y una muestra de sección cruzada (o si es posible de panel) de observaciones de hogares localizados.

#### 4.2 Modelo de Demanda no Residencial

Al igual que el modelo de demanda residencial, se asume un enfoque jerárquico en la elección de localización, pero en este caso no se elige un tipo de bien inmueble, sólo una zona.

La demanda de unidades de firmas tipo  $e$  por localizarse en una macro-zona  $I$  en el año  $t$ ,  $F_{ei}^t$ , se estima mediante un modelo de demanda directa de regresión, cuyas variables explicativas corresponden al vector de atributos que describen el uso de suelo  $z_i$  y un índice de atractividad de la macro-zona,  $atr_I$ , ambas variables desfasadas; esto es:

$$F_{ei}^t = F_e(z_i^{t-1}, atr_I^{t-1}) + \xi_{ei}^t \quad \forall e, I \quad (4)$$

donde el primer término representa el número esperado de firmas en función de las ventajas de aglomeración y uso del suelo representado por el vector de atributos  $z$ ; el segundo es un término aleatorio que reconoce la variabilidad en la elección.

En el nivel de micro zonas, el número de firmas tipo que demandan suelo en las micro-zona  $i$  en el año  $t$ ,  $F_{ei}^t$ , se estima como una desagregación de  $F_{ei}^t$  usando el siguiente modelo Logit:

$$F_{ei}^t = F_{ei}^t * \frac{S_i^{t-1} \phi_{ei}^t \exp(\bar{U}_{ei/I}^t)}{\sum_{i \in I} S_i^{t-1} \phi_{ei}^t \exp(\bar{U}_{ei/I}^t)} \quad \forall e, i \quad (5)$$

donde  $S_i^{t-1}$  es el número de lotes no residenciales disponibles en la zona  $i$  definido por desarrolladores inmobiliarios el año anterior. Similar al caso residencial,  $\phi_{ei}^t$  representa la probabilidad de que la zona  $i$  sea una opción factible para la localización de la actividad económica  $e$ . Por otra parte, se asume que  $\bar{U}_{ei}^t$  es una función del precio del suelo por metro cuadrado  $r_i$ , de un vector de atributos que describen el uso del suelo  $z_i$  y de una medida de atractividad  $atr_i$ . Los atributos de atractividad,  $atr_i$  y  $atr_I$ , vinculan la decisión de localización no residencial con la calidad del servicio del sistema de transporte y se obtienen del modelo de transporte (ver Martínez, 1995).

#### 4.3 Modelo de Renta Residencial

Para estimar la renta inmobiliaria de los sub-mercados residencial ( $r_{vi}$ ) y no-residencial ( $r_i$ ), se propone un modelo de regresión de tipo hedónico, es decir, donde el precio se explica por un conjunto de atributos del bien, de acuerdo con la teoría de rentas hedónicas de Rosen (1974). Esto es:

$$r_{vi}^t = r(q_v, z_i^t, z_I^t, (acc_{hi}^t)_h) + \xi_{vi}^t \quad \forall v, i \in I \quad (6)$$

$$r_i^t = r(z_i^t, z_I^t, (atr_i^t)_h) + \xi_i^t \quad \forall i \in I \quad (7)$$

donde la renta residencial de un año  $t$  se estima en función del vector de características del bien inmueble ( $q_v$ ) incluyendo el tamaño del terreno; de la localización de actividades en la micro y

macro zonas ( $z_i^t, z_I^t$ ); y de las medidas de accesibilidad y atractividad ( $acc_{hi}^t$  y  $atr_i^t$ ). Los parámetros asociados a cada variable se interpretan como los precios hedónicos de esos atributos, es decir la disposición a pagar por una unidad del atributo. Los términos  $\xi_{vi}$  y  $\xi_i$  son términos aleatorios.

#### 4.4 Oferta Inmobiliaria Residencial

La oferta inmobiliaria residencial se modela en tres niveles. En la primera se asume que el crecimiento de la oferta total disponible en el área de estudio en cada año ( $V^t$ ) iguala el crecimiento proyectado de los hogares  $H^t$ :  $(V^t - V^{t-1})m^t = (H^t - H^{t-1})$ , donde  $m^t$  es el número de hogares que comparten una vivienda (grado de hacinamiento).

En la segunda se asigna la oferta total a macro-zonas, mediante un modelo Logit que representa el hecho de que el desarrollador inmobiliario produce en aquella macro-zona que maximiza su beneficio económico  $\pi_i$ . Tal beneficio, se asume aleatorio y función del precio del suelo (por metro cuadrado), entre otros atributos. La oferta se modela con el modelo Logit restringido siguiente (Martínez, et al. 2009):

$$(V_I^t - V_I^{t-1}) = (V_I^t - V_I^{t-1}) * \frac{\rho_I^t \exp(\lambda' \bar{\pi}_I^t)}{\sum_{I'} \rho_{I'}^t \exp(\lambda' \bar{\pi}_{I'}^t)} \quad \forall I \quad (8)$$

donde  $\rho_I^t$  representa la probabilidad de que en la macro-zona  $I$  sea factible el desarrollo de viviendas, lo que está determinado por el terreno disponible y los instrumentos de regulación. En tanto el parámetro  $\lambda$  corresponde al factor de escala del modelo.

En la tercera etapa se distribuye oferta anterior por macro-zona en sus micro-zonas y por tipo de vivienda ( $v, i$ ), asumiendo nuevamente un modelo Logit restringido en función del beneficio económico a nivel micro  $\pi_{vi}^t$ . El modelo de esta etapa es:

$$(V_{vi}^t - V_{vi}^{t-1}) = (V_{vi}^t - V_{vi}^{t-1}) * \frac{\psi_{vi}^t \exp(\lambda'' \bar{\pi}_{vi}^t)}{\sum_{v', i' \in I} \psi_{v'i'}^t \exp(\lambda'' \bar{\pi}_{v'i'}^t)} \quad \forall v, i \in I \quad (9)$$

en que  $\psi_{vi}^t$  es el factor *cut-off* que representa la probabilidad de que el tipo de vivienda  $v$  se pueda producir en la zona  $i$  de acuerdo a las regulaciones existentes.

Se asume que  $\pi_{vi}^t$  es una función del excedente o *stock* habitacional, es decir, de la razón entre la oferta y demanda en el sub-mercado:  $\left( \sum_h H_{hvi}^t \right) / (V_{vi}^{t-1})$ ; además, se asume que depende de la diferencia entre la renta y el costo de desarrollo inmobiliario:  $(r_{vi}^t - c_{vi}^t)$ .

#### 4.5 Oferta Inmobiliaria no Residencial

Al igual que en los casos anteriores la oferta inmobiliaria no residencial se propone modelarla mediante el empleo de tres modelos secuenciales: la oferta global de bienes en el área, la distribución en cada macro-zona donde se localiza la oferta y la distribución micro-zonal de la oferta. Resumidamente, las ecuaciones son:

$$\text{Primera etapa: } S^t - S^{t-1} = F^t - F^{t-1} \quad (10)$$

Segunda etapa:

$$(S_i^t - S_i^{t-1}) = (S_i^t - S_i^{t-1}) * \frac{\rho_i^t \exp(\bar{\pi}_i^t)}{\sum_{i'} \rho_{i'}^t \exp(\bar{\pi}_{i'}^t)} \quad \forall i \quad (11)$$

Tercera etapa:

$$(S_i^t - S_i^{t-1}) = (S_i^t - S_i^{t-1}) * \frac{\psi_i^t \exp(\bar{\pi}_i^t)}{\sum_{i' \in I} \psi_{i'}^t \exp(\bar{\pi}_{i'}^t)} \quad \forall i \in I \quad (12)$$

La proyección del número de firmas  $F^t$  se realiza en base a datos de serie de tiempo a partir de información histórica (proveniente por ejemplo del Servicio de Impuestos Internos u otra fuente); la oferta total se ajusta a esta proyección de demanda agregada. Los beneficios del productor en la segunda y tercera etapas,  $\pi_i$  y  $\pi_{vi}$ , son función de la razón entre la oferta y demanda, y del precio del suelo en la macro-zona y micro-zona respectivamente.

#### 4.6 Localización y Uso de Suelo

Estimada la oferta y la demanda en cada sub-mercado, y para cada período, se calcula la asignación esperada de la oferta a la demanda, mediante el supuesto que se asigna al mejor postor, siguiendo la teoría de Alonso (1964) y el modelo de uso de suelo bid-choice (ver Martínez y Donoso, 2001; Martínez, 2000, 2002, 2003 y 2007).

Este enfoque requiere calcular la disposición a pagar de cada consumidor por una bien inmueble, que se denota  $B_{hvi}$  para hogares y  $B_{ei}$  para firmas. Estas funciones corresponden a las funciones inversas de utilidad del modelo de elección jerárquico de macro y micro zonas (ver Martínez, 1992), es decir  $B_{hvi}^t = (U_{hvi}^t)^{-1} = B_h(z_{vi}^{t-1}, z_i^{t-1}, \bar{U}_{hvi}(r_{vi}^{t-1}))$  y  $B_{ei}^t = (U_{ei}^t)^{-1} = B_h(z_i^{t-1}, z_i^{t-1}, \bar{U}_{ei}(r_i^{t-1}))$ . Para que esta inversión sea factible se recomienda que las funciones de utilidad sean lineales en los precios  $r_{vi}$  en el caso de hogares y en  $r_i$  en el de firmas.

Estas funciones se asumen estocásticas con una distribución IID Gumbel lo que permite definir la probabilidad Logit multinomial de que un hogar o firma sea el mejor postor, asumiendo que los mercados de bienes inmuebles residencial y no residencial son independientes. Este supuesto es usual modelos de uso del suelo, pero se puede relajar en algunos casos ambiguos como el de las oficinas que pueden tener un grado competencia con los residentes; para ello basta incorporar el tipo de firmas llamadas oficinas en el conjunto de los agentes residenciales. Así, el número de hogares de la categoría  $h$  que resultan ser mejores postores, y por lo tanto se localizan en el sub-mercado  $(v,i)$  está dado por:

$$L_{hvi}^t = \begin{cases} V_{vi}^{t-1} \frac{\exp(\bar{B}_{hi}^t(z_i^{t-1}, z_i^{t-1}))}{\sum_{h'} \exp(\bar{B}_{h'vi}^t(z_i^{t-1}, z_i^{t-1}))} & \text{if } L_{hvi}^t \leq H_{hvi}^t \\ H_{hvi}^t & \text{if } L_{hvi}^t > H_{hvi}^t \end{cases} \quad \forall hvi \quad (13)$$

y el número de firmas tipo  $e$  que se localiza en la micro-zona  $i$  se calcula por:

$$L_{ei}^t = \begin{cases} S_i^{t-1} \frac{\exp(\bar{B}_{ei}^t(z_i^{t-1}, z_i^{t-1}))}{\sum_{e'} \exp(\bar{B}_{e'i}^t(z_i^{t-1}, z_i^{t-1}))} & \text{if } L_{ei}^t \leq F_{ei}^t \\ F_{ei}^t & \text{if } L_{ei}^t > F_{ei}^t \end{cases} \quad \forall ei \quad (14)$$

Notar que se impone que los hogares y firmas localizados no superen la demanda en cada sub-mercado. Esta condición proviene del supuesto que el sistema no alcanza un equilibrio y

por lo tanto la condición  $L_{hvi} = H_{hvi}$  y  $L_{ei} = F_{ei}$  no se verifica necesariamente. También se asume que la oferta  $(V_{vi}^{t-1}, S_i^{t-1})$  está desfásada en un periodo debido a la demora de producción de bienes inmuebles, lo que de igual forma se asocia a la condición de desequilibrio. Notar también que las disposiciones a pagar se calculan asumiendo que los consumidores observan atributos y rentas en el período anterior.

El proceso de localización solo logra que la predicción se aproxime a un equilibrio, aunque este no se verifique, mientras que la presencia de desfases hace que el proceso de cálculo se pueda realizar por simulación debido a que no hay ecuaciones de equilibrio definidas en un año dado.

Cabe destacar una condición importante del modelo. La localización tiene solución única en cada periodo  $t$ , ya que solo se evalúan las funciones de localización (13) y (14). Esto significa que la simulación tiene un camino único, es decir la solución en el año  $t$  cualquiera es dependiente solamente del estado inicial conocido del sistema en  $t^0$  y de la cantidad de periodos de modelación entre  $t^0$  y  $t$ . Esto le otorga estabilidad absoluta a la predicción.

#### 4.7 Secuencia de la Simulación del Modelo de Uso de Suelo

La Figura 2 muestra la secuencia de cálculo del modelo, que parte con información de entrada inicial  $t=0$ , de uso del suelo  $(H_{hvi}^0, F_{ei}^0)$ , dotación inmobiliaria  $(V_{vi}^0, S_i^0)$  y las condiciones de transporte en cada zona  $(acc^0, atr^0)$ . En cada período  $t$  se calcula la demanda y la oferta en base a tres conjuntos de datos: i) los datos del modelo de uso del suelo que se guardan en el período anterior,  $t-1$ ; ii) los datos leídos del modelo de transporte; iii) el crecimiento de la población y firmas. Luego, se realiza el cálculo de la localización de los consumidores, hogares y firmas, y se actualizan los atributos de localización y las rentas.

Esta tendencia hacia el equilibrio proviene del doble mecanismo de ajuste. Por un lado la demanda se actualiza observando el uso de suelo con desfase, de manera que tiene retardo en su reacción a cambios en el uso del suelo, y por otro lado la oferta reacciona a la existencia de stock reduciendo su producción para el período siguiente en los correspondientes sub-mercados.

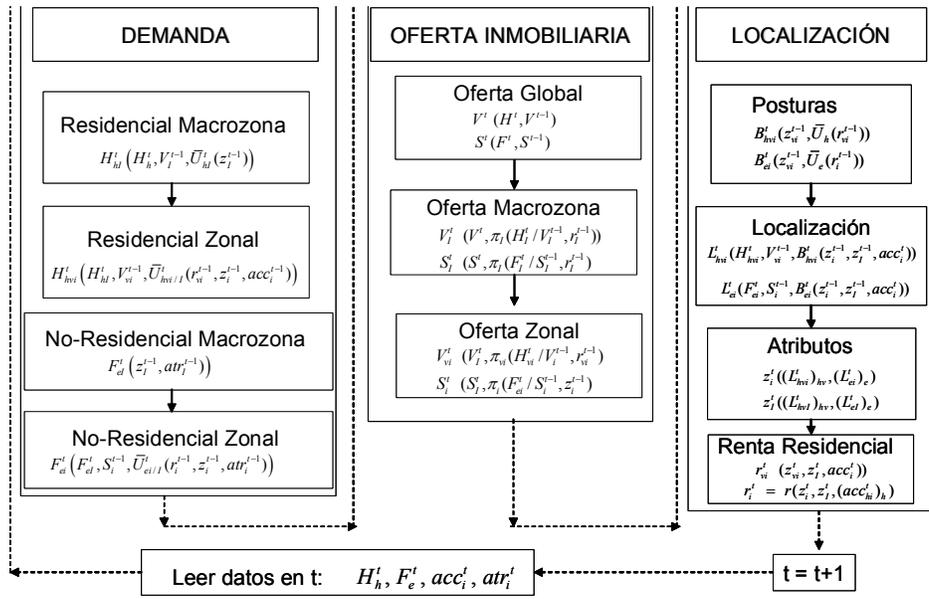


FIGURA 2: Secuencia de Simulación del Modelo de Uso del Suelo

## 5. MODELOS DE TRANSPORTE

Para representar el sistema de transporte se plantea un modelo de cuatro etapas (ver Ortúzar y Willumsen, 1994; Oppenheim, 1995). Este modelo es bastante estándar, excepto porque en esta versión se hace cargo de la particularidad del caso suburbano especificando que la generación de viajes y los destinos de estos dependen de sus beneficios netos, representando esto último por medidas de accesibilidad (Martínez, 1995).

### 5.1 Modelo de Generación de Viajes

El modelo de generación de viajes suburbano se hace cargo de que las tasas de generación de viajes desde hogares y de actividades económicas pueden variar a lo largo del tiempo y entre las diferentes zonas. A su vez, se propone que la atracción de viajes se obtenga como resultado del modelo de distribución, lo que le otorga la característica de ser elástico al costo generalizado de transporte al igual que el modelo de generación.

$$O_{hi}^t = \tau_h(g_h, acc_{hi}^t) * H_{hi}^t + \sum_e \tau_e(g_h, acc_{hi}^t) * F_{ei}^t \quad (16)$$

donde  $O_{hi}^t$  representa al número de viajes realizados por usuarios de hogares de tipo  $h$  en el año  $t$ , cuyos orígenes pertenecen a la zona  $i$ .  $H_{hi}^t$  al número de hogares de tipo  $h$  en el año  $t$ , cuyos orígenes pertenecen a la zona  $i$ .  $F_{ei}^t$  representa al número de establecimientos localizados por actividad económica  $e$  en el año  $t$ , cuyos orígenes pertenecen a la zona  $i$ ,  $\tau_h$  al número de viajes por hogar (tasa de viajes) realizados por usuarios de hogares de tipo  $h$  en el desde hogares de tipo  $h$  y  $\tau_e$  representa al número de viajes por establecimiento (tasa de viajes) realizados desde establecimientos de tipo  $e$ ,  $g_h$  es un vector de características socioeconómicas del hogar o atributos de la firma según corresponda  $h$ .

La accesibilidad  $acc$  es la utilidad o beneficio percibido por el usuario de la categoría de hogar  $h$  por realizar la actividad asociada al propósito del viaje en los destinos disponibles,

viajando desde la zona  $i$ :  $acc_{hi}^t = \ln((\sum_{e \in E_h} \exp(\sum_j \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t)))$

Estas medidas se definen más adelante. Se espera que las tasas de viajes  $\tau$  sean funciones no decrecientes de  $acc_{hi}^t$ . De esta manera la generación de viajes depende del número de hogares, número de firmas, características de los hogares y de una medida de accesibilidad. Como variables del hogar puede considerarse el nivel de ingreso, número de vehículos y el tamaño del hogar.

### 5.2 Modelo de Distribución

El modelo de distribución suburbano se basa en el paradigma de maximización de la entropía del sistema, con una especificación simplemente acotada que incluye un conjunto de variables “atractoras” de viajes que representan las posibles actividades que se desarrollan en el destino. El problema de maximización de la entropía es (Wilson, 1971):

$$\text{Máx}_T - \sum_{i,j} T_{hij}^t (\ln(T_{hij}^t) - 1) \quad (17)$$

s.a.

$$\sum_j T_{hij}^t = O_{hi}^t \quad \forall h, i \quad (17a)$$

$$\sum_{i,j} T_{hij}^t x_{hej}^t = \bar{X}_{he}^t \quad \forall h, e \in E_h \quad (17b)$$

$$\sum_{i,j} T_{hij}^t c_{hij}^t = C_h^t \quad \forall h \quad (17c)$$

cuya solución es:

$$\begin{aligned} T_{hij}^t &= a_{hi}^t O_{hi}^t \exp(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t) \\ &= \exp(-\alpha_{hi}^t + \sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t) \end{aligned} \quad (18)$$

donde los parámetros  $\alpha_{hi}^t$ ,  $\gamma_{he}^t$  y  $\beta_h^t$  son los multiplicadores de Lagrange de las restricciones  $\sum_j T_{hij}^t = O_{hi}^t$ ,  $\sum_{i,j} T_{hij}^t x_{hej}^t = \bar{X}_{he}^t$  y  $\sum_{i,j} T_{hij}^t c_{hij}^t = C_h^t$ , respectivamente, y por conveniencia se definió  $a_{hi}^t O_{hi}^t = \exp(-\alpha_{hi}^t)$ . Si bien en teoría todos los multiplicadores de Lagrange pueden variar según el corte temporal  $t$  considerado, en esta especificación se suponen invariantes excepto  $\alpha_{hi}^t$ . Este supuesto se debe a que si bien se dispone de un modelo de generación de viajes que permite proyectar los valores de  $O_{hi}$  de las restricciones (17a), no se dispone de tales modelos para predecir las demás restricciones  $\bar{X}$  ni  $C$ , las cuales sólo se observan en un corte temporal dado. Además  $x_{hej}^t$  atributo que describe la utilidad (o la atracción) que le reporta al usuario de la categoría de hogar  $h$  realizar la actividad económica  $e$  ubicada en la zona  $j$  en el corte temporal  $t$ , con  $E_h$  el conjunto de actividades económicas. Por otra parte  $c_{hij}^t$  es una medida del costo generalizado del viaje entre  $i$  y  $j$ , en el período  $t$ . El modelo se puede también escribir como un modelo de la forma Logit multinomial (MNL) siguiente:

$$P_{j|hi}^t = \frac{T_{hij}^t}{\sum_j T_{hij}^t} = \frac{\exp(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t)}{\sum_j \exp(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t)} \quad (19)$$

en que  $U_{j|hi}^t \equiv \sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t$  se interpreta como la

componente determinística de una función de utilidad neta que percibe el usuario de la categoría de hogar  $h$  por optar por la zona  $j$  como destino de su viaje, dado que el origen de éste se encuentra en la zona  $i$ . Esta utilidad tiene dos componentes: la primera de ellas,  $\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t$ , se interpreta como la utilidad

percibida por el usuario por la realización de la actividad asociada al uso del suelo en el destino. La segunda componente,  $-\beta_h c_{hij}^t$ , corresponde a la utilidad percibida por el usuario por viajar desde la zona  $i$  a la zona  $j$  a realizar el propósito de su viaje. Otra interpretación interesante de este modelo de distribución se obtiene al formular la siguiente probabilidad de elección discreta de zona de origen del viaje:

$$P_{i|h}^t = \frac{\sum_j T_{hij}^t}{\sum_{i'} \sum_j T_{hi'j}^t} = \frac{\sum_j \exp(\alpha_{hi}^t + \sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t)}{\sum_{i'} \sum_j \exp(\alpha_{hi'}^t + \sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hi'j}^t)} \quad (20)$$

$$= \frac{\exp\left(\alpha_{hi}^t + \ln\left(\sum_j \exp\left(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t\right)\right)\right)}{\sum_{i'} \exp\left(\alpha_{hi'}^t + \ln\left(\sum_j \exp\left(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hi'j}^t\right)\right)\right)}$$

En este modelo, también de forma MNL,  $\bar{U}_{hi}^t = \alpha_{hi}^t + \ln\left(\sum_j \exp\left(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t\right)\right)$  se interpreta como la

componente determinística de una función de utilidad que percibe el usuario de la categoría de hogar  $h$  por definir a la zona  $i$  como origen de su viaje. De allí que la medida  $acc_{hi}^t = \ln\left(\sum_j \exp\left(\sum_{e \in E_h} \gamma_{he} x_{hej}^t - \beta_h c_{hij}^t\right)\right)$

se interpreta como una accesibilidad o beneficio que el usuario de la categoría de hogar  $h$  percibe por realizar viajes desde la zona de origen  $i$ , siendo esta

medida la que se debe considerar en el modelo de generación. Es importante observar, bajo el modelo MNL, que la medida de accesibilidad propuesta corresponde al valor esperado de utilidad que percibe el usuario de la categoría de hogar  $h$  de la zona  $i$  por optar por la zona  $j$  como destino de su viaje. Los parámetros de los modelos de generación y distribución de viajes se pueden estimar con métodos estándar, como el método de la secante, Hyman (1969), o bien por máxima verosimilitud utilizando la equivalencia mostrada por Anas (1983).

### 5.3 Problema de Equilibrio de Mercado de Transporte Suburbano

La metodología para modelamiento de viajes suburbanos se complementa con modelos de elección de modo de transporte y de ruta, que no son presentados en este trabajo debido a que son métodos conocidos y que en el contexto suburbano no presentan desafíos particulares.

El sistema suburbano se caracteriza por niveles moderados de congestión comparados con el caso urbano, aún así se requiere definir modelar el estado de equilibrio. En nuestro enfoque se propone utilizar un método iterativo secuencial de las elecciones de frecuencia del viaje (Generación y Atracción), Distribución, Modo y Ruta, el que resulta más simple de implementar que un modelo de equilibrio simultáneo como ESTRAUS diseñado para condiciones en que la Generación y Atracción de viajes no depende de los costos de las redes. Esta opción iterativa propuesta, si bien es una aproximación a la solución del problema, se sustenta en los recientes trabajos de Bar-Gera y Boyce (2006), quienes tras recomendar utilizar el método de medias sucesivas (MSA) o similar, es decir en cada iteración las variables se actualizan ponderando los valores de las pasadas iteraciones con aquellas de la última iteración, concluyen que el método secuencial converge al equilibrio.

Notar que al formular un modelo de demanda en el cual la elección de la frecuencia del viaje dependa también de los niveles de servicio que presentan las redes de transporte (representados por los costos generalizados), se logra representar en el mercado suburbano la existencia de efectos importantes de demanda inducida.

Considerando lo anterior, definimos lo siguiente: equilibrio global en el sistema de transporte, equilibrio suburbano (de las zonas suburbanas, incluyendo macro-zonas urbanas) y equilibrio urbano (incluye solamente las micro-zonas internas de la ciudad). De existir un modelo de equilibrio urbano disponible en el área de estudio, se propone utilizarlo (ver Figura 3), en cuyo caso en el modelo suburbano el área urbana se representa en forma agregada mediante macro-zonas; en caso contrario, se supone que el modelo de transporte a implementar abarca toda el área de estudio y que la zona urbana se modela a un nivel agregado o desagregado de acuerdo con los proyectos que se deseen evaluar y las restricciones para desarrollar el propio modelo.

Para obtener una solución al problema del equilibrio suburbano se requiere primero tener calibrados los modelos de demanda: Generación y Atracción, Distribución y Partición Modal de viajes ( $G-D-PM$ ) y los modelos de redes por modo ( $A$ ) que se van a utilizar. Luego se procede iterando entre el cálculo de equilibrio en cada sub-sistema urbano y el equilibrio del sistema suburbano que vincula los anteriores. Para ello se inicia la simulación con una solución inicial del problema de equilibrio urbano, representada en la Figura 3 por el vector de flujos de vehículos y pasajeros  $f_a^{U,m*}$ . Este es un input para el problema suburbano, que alimenta el modelo de demanda y de asignación de las redes del problema suburbano, el que itera hasta converger a una solución de equilibrio suburbano y entrega los nuevos

flujos a nivel *suburbano*  $f_a^{SU,m,*}$ . Esta interacción entre equilibrios parciales *urbanos* y *suburbanos* se realiza actualizando las variables  $f_a^{U,m,*}$  y  $f_a^{SU,m,*}$  utilizando el método MSA. Dependiendo de las iteraciones que se realicen, este procedimiento converge a un estado de equilibrio del mercado de transporte.

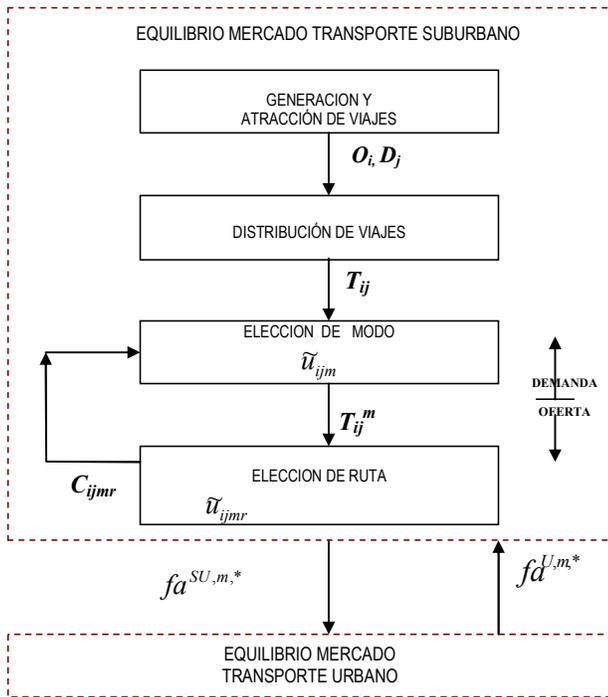


FIGURA 3: Equilibrio Mercado Transporte Suburbano (G-D-PM-A)

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El enfoque de modelación presenta varios aspectos novedosos que se reportan en este trabajo. El primero consiste en que el espacio está representado en dos escalas, llamadas macro y micro, el primero permite una representación de la diferenciación de los centros urbanos entre sí, mientras el segundo define una descripción detallada del espacio al interior de cada centro urbano. Esta metodología permite tratar dos asuntos técnicos, el primero se refiere a la correlación entre los atributos de un mismo centro urbano, y el segundo permite un cálculo más eficiente en la simulación ya que reduce la combinatorialidad del problema de equilibrio.

Esta representación es relevante tanto en el modelo de uso del suelo como en la distribución de los viajes en el sistema de transporte. El modelo de transporte suburbano presenta como principal característica un modelo de generación elástico al costo generalizado. Las tasas de generación de viajes varían por zona y por año de modelación. Por su parte, el modelo de atracción de viajes es dependiente del uso de suelo, elástico a los costos de transporte y a las accesibilidades resultantes del modelo de distribución de viajes. De esta forma las medidas de accesibilidad que integran costos de transporte y uso del suelo, vinculan bajo una base macroeconómica los equilibrios del uso del suelo y de los flujos de transporte, transmitiendo las externalidades de congestión y de localización (economías de aglomeración y de vecindario) entre los agentes quienes ajustan sus decisiones dependiendo de las elecciones de los demás. El modelo presentado está construido sobre fundamentos microeconómicos y consideraciones de modelación de sistemas urbanos que se

recogen la literatura relevante y la experiencia internacional. Sin embargo en su implementación en casos reales hay muchos elementos sobre los cuales el modelador debe tomar decisiones: clasificación de la población, tipología de bienes inmuebles, zonificación macro y micro están entre las más básicas; variables que afectan el comportamiento de la demanda de localización y transporte, nivel de detalle en que se representa la oferta de transporte, la red y los centros urbanos del sistema suburbano son materias menos comunes que requieren un buen análisis caso a caso.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha generado a partir del estudio realizado por CIS Asociados Consultores en Transporte S.A. para MIDEPLAN-SECTRA (2007), que contó con la participación de académicos de la U. de Chile, del Laboratorio de Uso de Suelo y Transporte (Labtus) de esta misma universidad y profesionales de SECTRA. Se agradece el aporte del Instituto Milenio Sistemas Complejos de Ingeniería y al Programa Bicentenario en Ciencia y Tecnología PBCT-Redes Urbanas (R19).

## REFERENCIAS

- Anas, A. (1982). **Residential Location Markets and Urban Transportation**, Academic Press, London.
- Alonso, W. (1964). **Location and Land Use**, Cambridge, Harvard University Press.
- Anas, A. (1983). Discrete choice theory, information theory and the multinomial logit and gravity models. **Transportation Research 17B**, 13-23.
- Bar-Gera, H. y Boyce, D. (2006) Solving a non-convex combined travel forecasting model by the method of successive averages with constant steps sizes. **Transportation Research 40B**, 351-367.
- Bar-Gera, H., and D. Boyce (2006) Solving the Sequential Procedure with Feedback, presented at the Sixth International Conference of Chinese **Transportation Professionals**, Dalian, China, June 23-25, 2006.
- Boyce, D., M. Lupa and Y. Zhang (1994) Introducing 'feedback' into four-step travel forecasting procedure vs. equilibrium solution of combined model, **Transportation Research Record**, 1443, 65-74.
- Boyce, D. and C. Xiong (2007) Forecasting travel for very large cities: challenges and opportunities for China, **Transportmetrica**, 3, 1-19.
- Daly, A (1997). Improved methods for trip generation. **Proceedings 25th European Transport Forum**. Brunel University, Inglaterra
- Hyman, G.M. (1969). The calibration of trip distribution models. **Environment and Planning 1**, 105-112.
- Martínez, F. (1992). The Bid Choice land-use model - an integrated economic framework. **Environment and Planning 24A**, 871-885.
- Martínez, F. (1995). Access: the transport-land use economic link. **Transportation Research 29B**, 457-470.
- Martínez, F. (2000). Towards a land use and transport interaction framework. En **Handbooks in Transport—Handbook I: Transport Modelling**, D. Hensher y K. Button (eds), Elsevier Science Ltd., Amsterdam, 145-164.
- Martínez, F. (2002). Towards a microeconomic framework for travel behaviour and land use interactions. En **Perpetual Motion: Travel Behaviour Research Opportunities and Application Changes**, H. Mahamasani (ed), Pergamon, Amsterdam, 261-276.
- Martínez, F. (2003). location externalities: effects on modelling, infrastructure provision and optimal planning. En **Handbooks in Transport - Handbook 4: Transport and the Environment**, D. Hensher y K. Button (eds), Elsevier Science Ltd., Amsterdam, 463-480.
- Martínez, F. (2007). Towards a land use and transport interaction framework. En **Handbooks in Transport—Handbook I: Transport Modelling**, 2nd edition. D. Hensher y K. Button (eds), Elsevier Science Ltd., Amsterdam, 181-201.
- Martínez, F., Aguila, F. y Hurtubia R. (2009). The constrained multinomial logit model: a semi-compensatory choice model. **Transportation Research Part B**, 43, 365-377.
- Martínez, F. y Donoso, P. (2001). Modelling Land Use Planning Effects: Zone Regulations and Subsidies. In **Travel Behaviour Research: The Leading Edge**. D. Hensher (ed.), Pergamon, Amsterdam, 647-658.
- Oppenheim, N. (1995). **Urban Travel Demand Modelling**. John Wiley & Sons, Toronto.
- Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L. G. (1994). **Modelling Transport**, 2nd ed., John Wiley & Sons, Chichester.
- Rosen, S. (1974). Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition. **Journal of Political Economy 82-1**, 34-55.
- Wilson, A. G. (1971) A family of spatial interaction models and associated developments. **Environment and Planning 3**, 1-32.
- Yao, E. y Morikawa, T. (2003) A study on integrated intercity travel demand model. **10th International Conference on Travel Behaviour Research**, Lucerna.